FACULTADE DE MATEMÁTICAS

InventorymodelPackage: os problemas de inventario multi-axente

Alejandro Saavedra-Nieves

Universidade de Santiago de Compostela

III Xornadas de Usuarios de R en Galicia

20 de outubro de 2016

InventorymodelPackage: os problemas de inventario multi-axente

- Máster en Técnicas Estatísticas (USC).
  - Traballo Fin de Máster: Aplicaciones de los juegos cooperativos en modelos de inventario centralizados (2014)

    Autor: Alejandro Saavedra-Nieves

    Directores: I. García-Jurado e M.G. Fiestras-Janeiro

InventorymodelPackage: os problemas de inventario multi-axente

- Que é un problema de inventario?
  - Un problema de inventario centralizado.
  - Os xogos de custo TU.
- O modelo EOQ e os sistemas de transporte e inventario.
  - Os problemas de inventario en R.

Teoría de Inventarios

Que é o inventario?
É a cantidade de un ben ou recurso económico almacenado nun instante de tempo.

Teoría de Inventarios
Deseño e optimización dos sistemas de almacenaxe de bens para minimizar custos.

Aplicacións da Teoría de Inventarios









Problemas de inventario centralizados

Problema

Algúns axentes que se enfrontan a problemas de inventario individuais, deciden cooperar na realización de pedidos conxuntos para reducir custos.

Pasos

- Modelización matemática da situación de inventarios.
- Determinación da política de inventario óptima para o grupo.
- Reparto dos custos conxuntos asociados á colaboración.

Teoría de Xogos Cooperativos

- Elección dunha regra de asignación dos custos da colaboración entre os axentes.

Os xogos de custo TU

A cooperación

- A formación de subgrupos de xogadores, **coalicións**, fundamentan a definición dos xogos TU.

Un **xogo de custo TU** é un par (N, c):

- $N := \{1, ..., n\}$ é o conxunto de xogadores,
- $c : 2^N \to \mathbb{R}$ é a función característica do xogo, con $c(\emptyset) := 0$.

Para cada coalición $S \subseteq N$, $c(S)$ denota os custos asociados á formación de S.

A cooperación nos problemas de inventario centralizados

Baixo a cooperación...

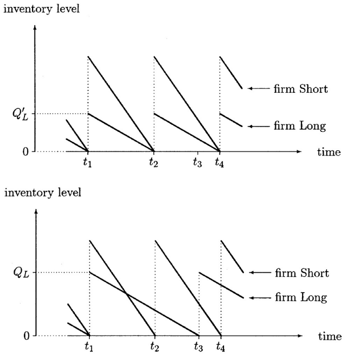
Algúns axentes que se enfrontan a problemas de inventario individuais, deciden cooperar na realización de pedidos conxuntos para reducir custos.

- Os axentes deben coordinarse na realización dun **único pedido conxunto**.
- Deben **facer pedidos ó mesmo tempo**, e polo tanto, o mesmo número deles.

Denótase por d_i a demanda de produto e Q_i a cantidade de inventario do axente i.

Se i e $j \in N$ cooperan, a igualdade no número de pedidos é equivalente a

$$\frac{d_i}{Q_i} = \frac{d_j}{Q_j}.$$



Modelo EOQ

A. Meca, J. Timmer, I. García-Jurado, P. Borm (2004). Inventory games. European Journal of Operational Research, **156**(1), 127–139.

Para cada axente $i \in N$,

- A **demanda** a cubrir é $d_i > 0$ unidades por unidad de tiempo.
- O **custo de pedido,** abonado con cada novo pedido e igual a $a > 0$.
- O **custo de almacenamiento** dunha unidade de producto é $h_i > 0$.
- A **cantidade de inventario** necesaria é $Q_i > 0$ **(¿?)**.

O **custo da colaboración** queda determinado por:

- O custo medio asociado á realización de ad_1/Q_1 pedidos.
- A suma dos custos individuais do almacenamento do produto.

$$C(Q_1, \ldots, Q_n) := a\frac{d_1}{Q_1} + \sum_{i \in N} h_i \frac{Q_i}{2}. \tag{1}$$

Modelo EOQ

A cantidade óptima de pedido para $i \in N$, é $Q_i^* := \sqrt{\frac{2ad_i^2}{\sum_{j \in N} h_j d_j}}$, con un custo igual a

$$c(Q_1^*, \ldots, Q_n^*) = a\frac{d_1}{Q_1^*} + \sum_{i \in N} h_i \frac{Q_i^*}{2}.$$

O xogo de custo TU

Para cada $S \subset N$, con $s := |S|$, defínese (N, c) con $c(S) := c(Q_1^*, \ldots, Q_s^*)$.

A **regra de reparto SOC** (*Share the Ordering Costs*) propón, para cada axente $i \in N$,

$$\sigma_i(c) := \frac{c^2(i)}{c(N)}.$$

Modelo EOQ en R

Para cada $S \subseteq N$, $c(S) := a\frac{d_1}{Q_1^*} + \sum_{i \in S} h_i \frac{Q_i^*}{2}$.

A regra de reparto SOC asigna a cada axente $i \in N$, $\sigma_i(c) := \frac{c^2(i)}{c(N)}$.

```
> EOQcoo(n=3,a=600,d=c(500,300,400),h=c(9.6,11,10))
> SOC(n=3,a=600,d=c(500,300,400),h=c(9.6,11,10),model="EOQ",cooperation=1)
```

	Política óptima				*Regla SOC*		
S	Q_1^*	Q_2^*	Q_2^*	$C(Q_i^*)_{i \in S}$	$\sigma_1(c)$	$\sigma_2(c)$	$\sigma_3(c)$
$\emptyset$	-	-	-	0	-	-	-
$\{1\}$	250	-	-	2400	2400	-	-
$\{2\}$	-	180.91	-	1989.98	-	1989.98	-
$\{3\}$	-	-	219.09	2190.89	-	-	2190.89
$\{1,2\}$	192.45	115.47	-	3117.69	1847.52	1270.17	-
$\{1,3\}$	184.64	-	147.71	3249.66	1772.58	-	1477.10
$\{2,3\}$	-	121.63	162.18	2959.73	-	1337.96	1621.77
$\{1,2,3\}$	157.46	94.48	125.98	3810.51	1511.61	1039.23	1259.67

Sistemas de inventario e transporte

M.G. Fiestras-Janeiro, I. García-Jurado, A. Meca, M.A. Mosquera (2012). Cost allocation in inventory transportation systems. Top, **20**(2), 397–410.

Para cada axente $i \in N$,

- A **demanda** a cubrir é $d_i > 0$ unidades por unidad de tiempo.
- O **custo fixo de pedido,** abonado con cada novo pedido e igual a $a > 0$.
- O **custo variable de pedido**, $a_i > 0$, vinculado á distancia do axente i ó proveedor.
- O **custo de almacenamiento** dunha unidade de producto é $h_i > 0$.
- A **cantidade de inventario** necesaria é $Q_i > 0$ **(¿?)**.

O **custo da colaboración** queda determinado por:

1. O custo por un novo pedido é $a + a_S$, con $a_S = \max\{a_i : \ i \in S\}$.
2. O custo medio pola realización de $(a + a_S)d_1/Q_1$ pedidos.
3. A suma dos custos individuais do almacenamento do produto.

$$C(Q_1, \ldots, Q_n) := (a + a_S)\frac{d_1}{Q_1} + \sum_{i \in N} h_i \frac{Q_i}{2}. \tag{2}$$

Sistemas de inventario e transporte

A cantidade óptima de pedido para $i \in N$, é $Q_i^* := \sqrt{\frac{2(a+a_N)d_i^2}{\sum_{j\in N} h_j d_j}}$, con un custo igual a

$$c(Q_1^*, \ldots, Q_n^*) = (a + a_N)\frac{d_1}{Q_1^*} + \sum_{i\in N} h_i \frac{Q_i^*}{2}.$$

O xogo de custo TU

Para cada $S \subset N$, con $s := |S|$, defínese (N, c) verificando $c(S) := c(Q_1^*, \ldots, Q_s^*)$.

A **regra da liña** propón, para cada axente $i \in N$,

$$L_i(N, \mathcal{I}) := \frac{1}{|\Pi(N, \mathcal{I})|} \sum_{\sigma\in\Pi(N,\mathcal{I})} c(P_i^\sigma \cup i) - c(P_i^\sigma),$$

con $\Pi(N, \mathcal{I})$ o conxunto das permutacións que invirten a orde dos $\{a_j\}_{j\in N}$ e P_i^σ os predecesores de i na permutación σ.

Sistemas de inventario e transporte en R

Para cada $S \subseteq N$, $c(S) = (a + a_S)\frac{d_1}{Q_1^*} + \sum_{i \in N} h_i \frac{Q_i^*}{2}$.
A regra da liña asigna a cada $i \in N$, $L_i(N, \mathcal{I}) = \frac{1}{|\Pi(N,\mathcal{I})|} \sum_{\sigma \in \Pi(N,\mathcal{I})} c(P_i^\sigma \cup i) - c(P_i^\sigma)$.

```
> STIcoo(n=3,a=200,av=c(300,300,900),d=c(90,80,20),h=c(0.06,0.06,0.1))
> linerulecoalitional(n=3,a=200,av=c(300,300,900),d=c(90,80,20),
+h=c(0.06,0.06,0.1))
```

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	N
$c(S)$	0	73.49	69.28	66.33	101.00	127.59	122.31	163.83
Ax. 1	-	1224.75	-	-	891.13	1551.81	-	1208.58
Ax. 2	-	-	1154.70	-	792.12	-	1438.95	1074.29
Ax. 3	-	-	-	663.33	-	344.85	359.74	268.57

Outros modelos de inventario en R

- Modelos con déficits.
- Modelos sen custos de almacenamento.
- Modelos con déficits e sen custos de almacenamento.
- Modelos sen custos de almacenamento e con custos de transporte.
- ...

Máis información en
`https://cran.r-project.org/web/packages/InventorymodelPackage/index.html`

FACULTADE DE MATEMÁTICAS

InventorymodelPackage: os problemas de inventario multi-axente

Alejandro Saavedra-Nieves

Universidade de Santiago de Compostela

III Xornadas de Usuarios de R en Galicia

20 de outubro de 2016